MATHÉMATIQUES

MATHEMATIQUES - Série D - SESSION 2002

N.B. : Les **QUATRE** exercices sont obligatoires

EXERCICE 1 (5 points)

Soit le polynôme P à variable complexe z défini par : $P(z) = z^3 – (5 + i) z^2 + (10 + 6i) z – 8 – 16i$.

1°/ a) - Montrer que l'équation P(z) = 0 admet une solution imaginaire pure i où est un réel

que l'on déterminera. **(0,5 pt)**

b) - Mettre P(z) sous la forme $(z - i)(z^2 + az + b)$ où a et b sont des nombres complexes que

l'on déterminera. **(0,5 pt)**

c) - Résoudre dans C l'équation P(z) = 0. **(0,5 pt)**

2°/ Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct (O ;), on considère les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 3 + i$; $z_B = 2i$; $z_C = 2 – 2i$.

a) – Placer les points A, B, C (On complètera cette figure au fur et à mesure des questions)**(0,5 pt)**

b) – On pose $Z = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. Donner la forme trigonométrique de Z. **(0,5 pt)**

c) – En déduire la nature du triangle ABC. **(0,5 pt)**

d) – Calculer l'affixe du point E tel que ABEC soit un carré. **(0,25 pt)**

e) – Calculer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. **(0,25 pt)**

3°/ Soit S la similitude plane directe transformant A en C et laissant invariant le point B.

a) – Déterminer l'expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques.**(0,5 + 0,5 pt)**

b) – Déterminer et construire l'image par S du quadrilatère ABED. **(0,5 pt)**

EXERCICE 2 (5 points)

Le tableau suivant indique, pour une même distance, les variations des quantités y_i d'essence consommées de certaines voitures suivant leurs puissances x_i (x_i est exprimé en chevaux et y_i en litres).

x_i	3	4	5	5	6	7	8	10
y_i	10	12	20	25	28	30	32	35

On donne : $\sum_{i=1}^{8} x_i = 48$; $\sum_{i=1}^{8} y_i = 192$; $\sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 324$; $\sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 5202$; $\sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 1287$

1°/ a) – Représenter le nuage de points M_i (x_i, y_i) associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. **(1 pt)**

* 1 cm sur l'axe des abscisses représente 1 cheval.

* 1 cm sur l'axe des ordonnées représente 5 litres.

b) – Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point. **(0,75 pt)**

2°/ a) – Calculer le coefficient de corrélation linéaire associé à cette série statistique. **(1,5 pt)**

b) – Interpréter ce résultat. **(0,25 pt)**

3°/ a) – Par la méthode des moindres carrés, donner l'équation de la droite de régression (D) de y en x.

Tracer cette droite. **(0,75 + 0,25 pt)**

b) – Donner une estimation de la quantité d'essence consommée par une voiture de puissance de 12 chevaux. **(0,5 pt)**

EXERCICE 3 (5 points)

Une urne contient dix jetons indiscernables au toucher dont :

- cinq jetons blancs numérotés : 2, 4, 6, 8, 10.
- cinq jetons noirs numérotés : 1, 3, 5, 7, 9.

L'épreuve E consiste à tirer au hasard et successivement trois jetons de l'urne sans remettre dans l'urne le jeton qui a été tiré.

1°/ a) – Quel est le nombre de triplets que l'on peut obtenir ? **(0,5 pt)**

b) – Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Les jetons tirés sont de même couleur ». **(0,5 pt)**

B : « Les numéros des jetons tirés forment dans l'ordre une progression arithmétique de raison 2 ». **(0,5 pt)**

C : « Les numéros des jetons tirés forment dans l'ordre une progression géométrique de raison 2 ». **(0,5 pt)**

2°/ Soit X la variable aléatoire qui à chaque épreuve, désigne le rang du premier jeton noir tiré. (On admet que ce rang est 0 s'il n'y a aucun jeton noir tiré).

a) – Déterminer la loi de probabilité de X. **(1 pt)**

b) – Définir la fonction de répartition de X et la représenter graphiquement dans un repère orthogonal (O ;). Unités : || || = 1 cm ; || ||= 9 cm. **(0,25 + 0,25 pt)**

3°/ On répète 5 fois de suite et de manière indépendante l'épreuve E. A chaque épreuve, on marque 1 point si l'on tire un jeton noir au premier coup sinon on marque 0 point.

Soit Y la variable aléatoire égale au total des points marqués à l'issue des 5 épreuves.

a) – Déterminer la loi de probabilité de Y. **(0,5 pt)**

b) – Calculer l'espérance mathématique et la variance de Y. **(0,25 + 0,25 pt)**

c) – Calculer la probabilité pour que l'on marque au moins 1 point à l'issue des 5 épreuves. **(0,5 pt)**

EXERCICE 4 (5 points)

On considère la fonction numérique f définie par f (x) = (x + 1) ln |x|. On note (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O ;) d'unité 1 cm.

1°/ a) – Déterminer le domaine de définition Df de f. **(0,25 pt)**

b) – Calculer les limites aux bornes de Df. **(0,25 pt)**

2°/ Soit $g(x) = \frac{x+1}{x} + \ln|x|$

a) – Etudier les variations de g (on ne demande pas la courbe représentative de g). **(0,5 pt)**

b) – Calculer g (– 1) et préciser le signe de g(x) suivant les valeurs de x. **(0,5 pt)**

3°/ a) – Calculer f '(x) et l'exprimer en fonction de g(x). **(0,5 pt)**

b) – Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 pt)**

4°/ a) – Montrer que le point **I** (1, 0) est un point d'inflexion pour la courbe (C). **(0,25 pt)**

b) – Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point I. **(0,25 pt)**

c) – Etudier les branches infinies de (C). **(0,25 pt)**

d) – Construire (T) et (C). **(0,25 + 0,5 pt)**

5°/ Calculer, en cm^2, l'aire A du domaine plan limité par (C), l'axe (x'Ox) et les droites d'équations

x = 1 et x = e. (On pourra faire une intégration par parties). **(1 pt)**